

技術報告書

フランシス水車およびペルトン水車の水力出力の計算

1. はじめに

本技術報告書では、根恩株式会社が提案するシステムにおける水車によって発電される電力の推定を裏付けるための水力計算を示します。

このシステムは、フランシス水車とペルトン水車を組み合わせたハイブリッド構成を採用し、水の位置エネルギーを最大限に電力へ変換することを目的としています。

計算は、流体力学および応用水理学の原則に基づいて行われており、落差、高さ、流量、タービン効率、および技術文献で推奨されている性能係数などの実際の技術パラメータを考慮しています。

本報告書の目的は、各水車の水力出力がどのように決定されたかを明確かつ正確に示すことであり、パートナー企業、投資家、ならびにこの持続可能な水力発電システムの開発および実装に関心を持つ機関に対する技術的な検討資料として活用されます。

2. システムのデータ

定数および一般パラメータ

総落差 (H): 104.5 m

重力加速度 (g): 9.81 m/s^2

水の密度 (ρ): 1000 kg/m^3

速度係数 (c_v): 0.98

システム全体の流量 (Q): $34.84 \text{ m}^3/\text{s}$

ペルトン水車の効率 (η_p): 0.90

フランシス水車の効率 (η_f): 0.80

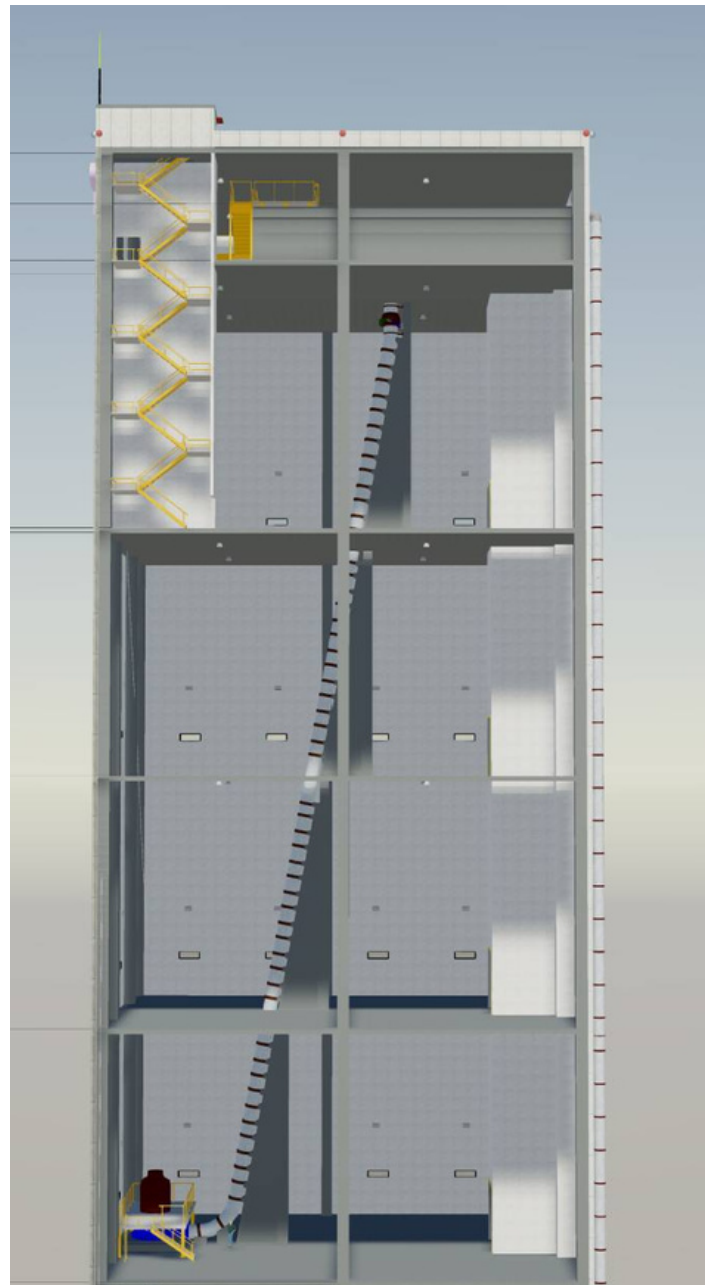
2.1. 圧力管路 1

管圧水路1は、高所に設置された貯水池からフランシス水車まで水を導くための管路です。内径は0.90メートル、半径は0.45メートル、断面積は0.6362平方メートルです。

半径 (r_1): 0.45 m

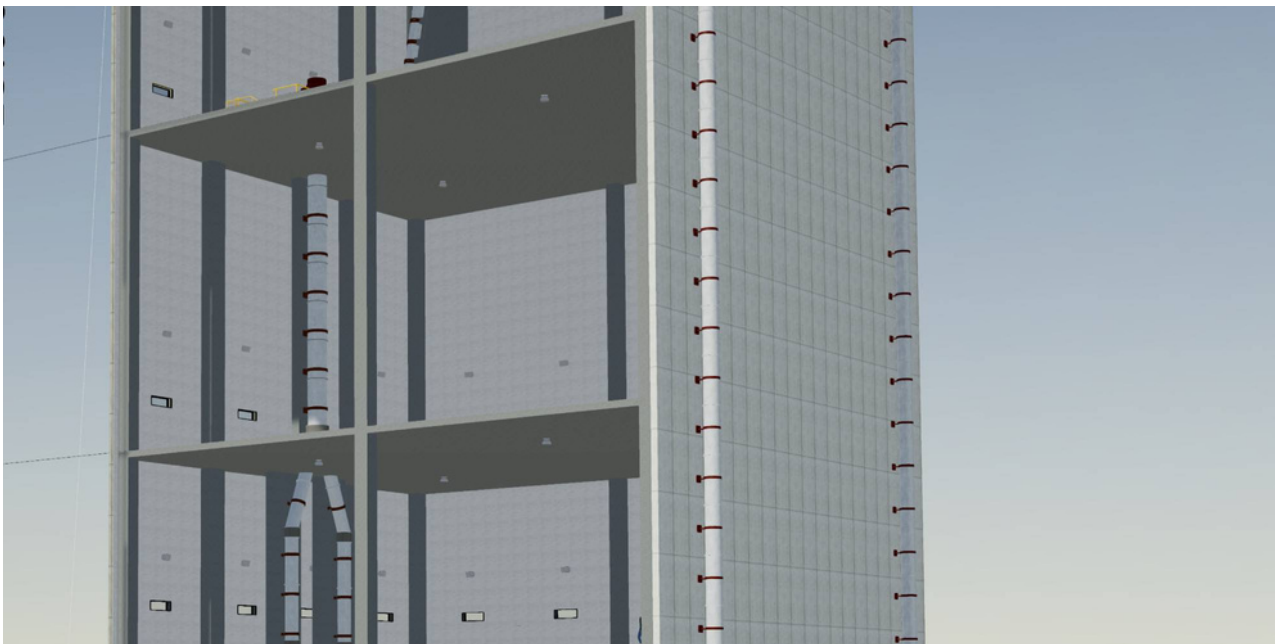
内径 (D_1): 0.90 m

断面積 (A_1): 0.6362 m^2



2.2. 圧力管路2（フランシス水車からペルトン水車のノズルまでの吸出し管）

管圧水路2（ドラフトチューブとも呼ばれる）は、フランシス水車の出口とペルトン水車に水を供給するノズルをつなぐ区間です。内径は1.00メートル、半径は0.5メートル、断面積は0.7854平方メートルです。



内径 (D_2): 1.00 m

半径 (r_2): 0.50 m

断面積 (A_2): 0.7854 m²

2.3. ペルトン水車ノズルの寸法

ペルトン水車のノズルは、水の位置エネルギーを高強度の運動エネルギーに変換する上で重要な役割を果たします。各ノズルの直径は0.40mで、半径は0.20m、断面積は約 0.1256m^2 です。システムには4つの対称的なノズルが配置されており、高速の水流を正確にペルトン水車のバケットに向けて噴射できるよう設計されています。



ノズルの直径: 0.40 m

半径 (r): 0.20 m

各ジェットの断面積 (A): 0.1256 m^2

3. 圧力管路における水の速度の計算

落差 (H): 104.5 m

重力加速度 (g): 9.81 m/s²

速度係数 (cv): 0.98

V = 水の速度

$$v = cv\sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$v = 0,98\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 104,5}$$

$$v = 0,98\sqrt{2049,09}$$

$$v = \cdot 0,98 \cdot 45,28$$

$$v = 44,37m/s$$

3.1. 流量の計算

Q = 流量

A = 断面積: 0.7854 m²

V = 流速: 44.37 m/s

$$Q = A \times V$$

$$Q = 0.7854 \times 44.37$$

$$Q = 34.84 \text{ m}^3/\text{s}$$

4. 圧力管路の分岐 ― 第1段階

フランシス水車を通過した後、水は吸出管（圧力管路2）を流れます。この管の初期内径は1メートルです。

流量を効率的かつ対称的に分配するために、この主配管は2つの同一な枝管に分岐されます。これが流れの分配プロセスの第1段階を構成します。

初期直径：1m

初期半径：0.50m

初期断面積： $A = 0.7854 \text{ m}^2$



4.1.第一分岐： 2つの配管に分岐

$$A_1 = \frac{A_2}{2} = \frac{0,7854}{2} = 0,3927m^2$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,3927}{\pi}} = \sqrt{0,125} = 0,3535m$$

$$D_1 = 2 \times r_1 = 2 \times 0,3535 = 0,707m$$

$$A_1 = 0,3927m^2$$

$$r_1 = 0,3535m$$

$$D_1 = 0,707m$$

5．分岐の第2段階

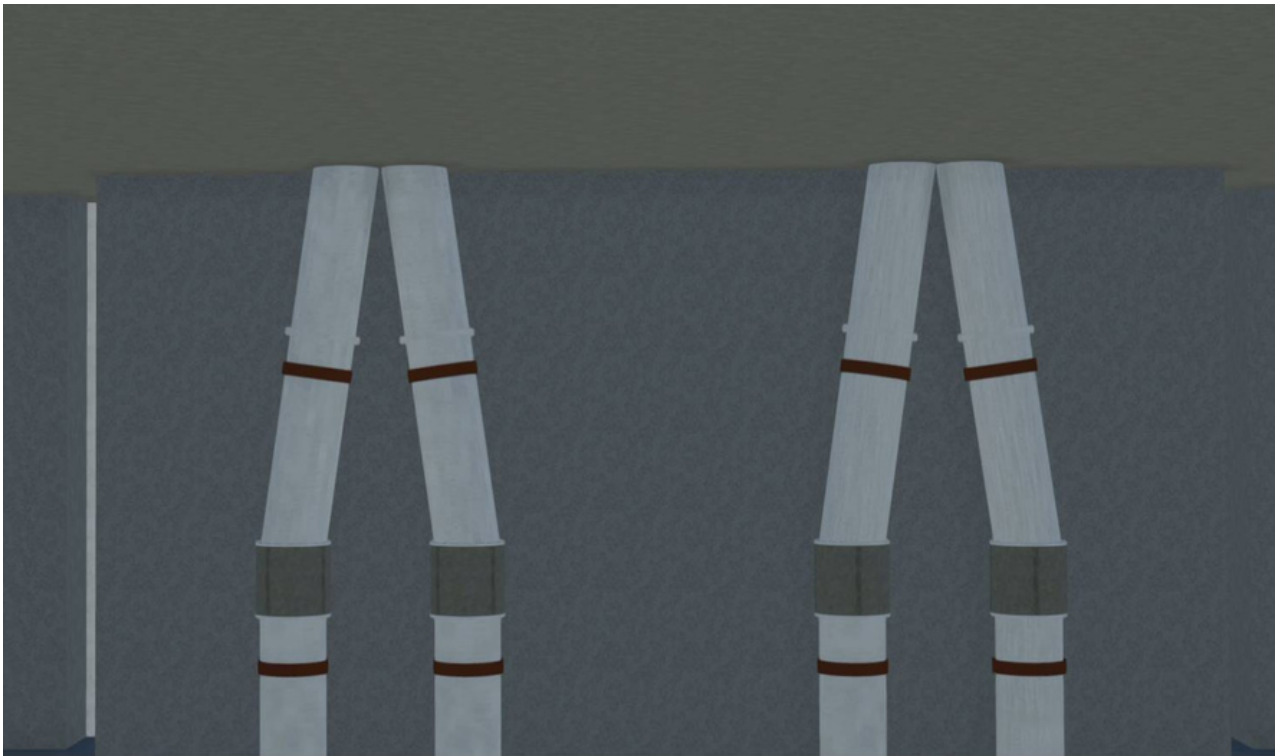
第2段階の分岐では、先ほどの2つの枝管のそれぞれがさらに2つに分岐し、最終的に4本の枝管となります。

この構成は、ペルトン水車に接続される4つのノズルへ流量を均等に供給するために採用されており、エネルギーの利用効率を最適化するとともに、水力システム全体の安定性を保つために重要です。

$$D_1 = 0,707m$$

$$r_1 = 0,3535m$$

$$A_1 = 0,3927m^2$$



5.1. 第二分岐： 4本の枝管

$$A_2 = \frac{A_1}{2} = \frac{0,3927}{2} = 0,1963 \text{ m}^2$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,1963}{\pi}} = \sqrt{0,0625} = 0,25m$$

$$D_2 = r_2 \times 2 = 0,25 \times 2 = 0,50m$$

$$A_2 = 0,1963m^2$$

$$r_2 = 0,25m$$

$$D_2 = 0,50m$$

6. ペルトン水車の噴流速度の計算

圧力管路が4つの対称的な枝管に分岐した後、それぞれの枝管は直接ノズルに接続され、水流の噴射を担います。これらのノズルは、供給する枝管と比較してはるかに小さい断面積を有しています。

ベルヌーイの定理に基づく連続の式の原理に従い、非圧縮性の流体が大きな断面積から小さな断面積へ流れる際、その流速は比例的に増加します。これにより流量は一定に保たれます。

この速度の増加はシステム効率にとって不可欠であり、高圧の4つの水流が生成され、ペルトン水車のバケットに対して効果的に運動エネルギーを伝達します。こうしてエネルギーが直接変換されることで、タービン・発電機ユニットの高い効率に大きく貢献します。

計算パラメータ

噴流の半径 : $r = 0.20 \text{ m}$

噴流の直径 : $D = 0.40 \text{ m}$

断面積 : $A = 0.1257 \text{ m}^2$

システム全体の流量 : $Q = 34.84 \text{ m}^3/\text{s}$

ノズル数 : 4本

$$Q_j = \frac{Q_t}{4} = \frac{34,84}{4} = 8,71 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_j = A_j \times V_j = V_j = \frac{Q_j}{A_j} = \frac{8,71}{0,1257} = 69,29 \text{ m/s}$$

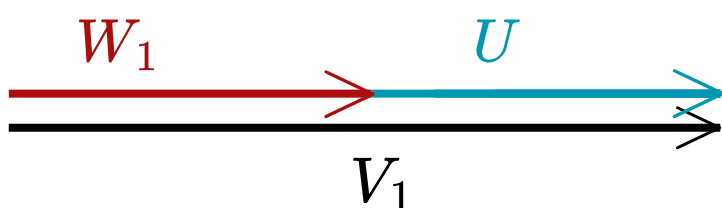
$$V_j = 69,29 \text{ m/s}$$

6.1. ペルトン水車の速度ベクトル図

ペルトン水車の効率が最大に達するのは、ランナーの接線速度（ U ）と水ジェットの絶対速度（ V_1 ）の比率が理想的な値になるときです。理論上、 $\frac{U}{V_1}$ の条件は $\frac{1}{2}$ のときに成立し、つまり接線速度がジェット速度のちょうど半分である場合です。この比率により、流体の運動エネルギーが最大限にタービンへと伝達されます。

実際には、摩擦や乱流といった機械的損失および副次的な要因により、最大効率は若干低い比率、0.45～0.48 の範囲で発生します。本プロジェクトでは0.46を採用しました。

6.1.1. 入口における速度ベクトル図

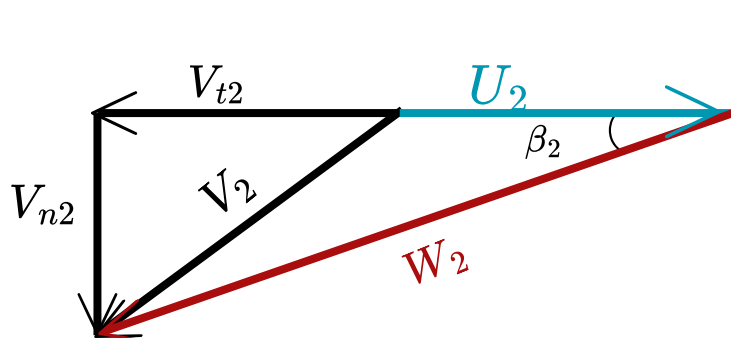


$$U = U_1 = U_2$$

$$U = V_1 \times 0,46$$

$$W_1 = V_1 - U$$

6.1.2. 出口における速度ベクトル図



$$\beta_2 = 15^\circ$$

$$V_{t2} = -(W_2 \times \cos \beta_2 - U_2)$$

$$W_2 = W_1 \times K$$

$$0 < K < 1$$

$$\text{摩擦係数: } K = 0,88$$

7. 出力計算 - ペルトン水車

Dixon, S. L., & Hall, C. A.

Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$Q = 34,84 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{絶対速度: } V_1 = 69,29 \text{ m/s}$$

$$\text{接線速度: } U = 31,87 \text{ m/s}$$

$$U = U_1 = V_1 \times 0,46 = 69,29 \times 0,46 = 31,87 \text{ m/s}$$

$$\text{入口における相対速度: } W_1 = 37,42 \text{ m/s}$$

$$W_1 = V_1 - U = 69,29 - 31,87 = 37,42 \text{ m/s}$$

$$\text{出口における相対速度: } W_2 = 32,92 \text{ m/s}$$

$$W_2 = W_1 \times K = 37,42 \times 0,88 = 32,92 \text{ m/s}$$

$$\cos \beta_2 = \cos 15^\circ = 0,965$$

$$\text{摩擦係数: } K = 0,88$$

$$\text{総合効率: } \eta = 0.90$$

$$P = \rho \times Q (V_1 - U) \times U \times (1 + K \times \cos \beta_2)$$

$$P = 1000 \times 34,84 (69,29 - 31,87) \times 31,87 \times (1 + 0,88 \times 0,965)$$

$$P = 76.450.761,6 \text{ W} \times \eta$$

$$P = 68.805.685,4 \text{ W}$$

$$P = 68,8 \text{ MW}$$

8. 出力計算 - ペルトン水車

クラウディオ・マタイックス

Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$Q = 34,84 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{絶対速度: } V_1 = 69,29 \text{ m/s}$$

$$\text{接線速度: } U = 31,87 \text{ m/s}$$

$$U = U_1 = V_1 \times 0,46 = 69,29 \times 0,46 = 31,87 \text{ m/s}$$

入口における相対速度:

$$W_1 = V_1 - U = 69,29 - 31,87 = 37,42 \text{ m/s}$$

出口における相対速度:

$$W_2 = W_1 \times K = 37,42 \times 0,88 = 32,92 \text{ m/s}$$

$$\cos \beta_2 = \cos 15^\circ = 0,965$$

$$\text{摩擦係数: } K = 0,88$$

$$\text{総合効率: } \eta = 0,90$$

相対速度の接線成分

$$W_{U_1} = W_1 = 37,42 \text{ m/s}$$

$$W_{U_2} = W_2 \times \cos \beta_2 = 32,92 \times 0,965 = 31,76 \text{ m/s}$$

$$F = \rho \times Q \times (W_{U_1} - (-W_{U_2}))$$

$$F = 1000 \times 34,84 \times (37,42 + 31,76)$$

$$F = 2.410.231,2 \text{ N}$$

$$P = F \times U = 2.410.231,2 \times 31,87 = 76.814.068,3 \text{ W}$$

$$P = 76.814.068,3 \times \eta$$

$$P = 69.132.661,5 \text{ W}$$

$$P = 69,13 \text{ MW}$$

9. フランシス水車の出力計算

フランシス水車は、PMTHTPPシステムの間段階に戦略的に配置されており、水力効率とサイクル全体の圧力制御に重点を置いています。

この選定理由の一つは、水車入口と出口間の圧力差に関連しており、これは水車の動作に本質的な特性であり、適切に管理されない場合はキャビテーションを引き起こす可能性があります。

もう一つの理由は、システムの圧力上昇における戦略的役割です。重力による位置エネルギーを機械エネルギーに変換した後、水は断面積が徐々に増加する圧力管路に導かれ、圧力の回復を促進し、次の工程の理想的な条件を確保します。

有効落差 (H): 80 m

流量 (Q): 34.84 m³/s

重力加速度 (g): 9.81 m/s²

水車効率 (η): 0.80

$$P = \rho \times Q \times g \times H$$

$$P = 1000 \times 34,84 \times 9,81 \times 80$$

$$P = 27.342.432W$$

$$P = 27.342.432 \times \eta$$

$$P = 21.873.945,6W$$

$$P = 21,87MW$$

10. フランシス水車の出力（メートル馬力換算）

換算係数：1 馬力（メートル馬力）=735W

有効落差（H）：80 m

流量（Q）：34.84 m³/s

重力加速度（g）：9.81 m/s²

水車効率（η）：0.80

$$P = \frac{\rho \cdot Q \cdot H \cdot \eta}{75}$$

$$P = \frac{1000 \cdot 34,84 \cdot 80 \cdot 0.8}{75}$$

$$P = 29.730,13cv$$

$$P = 29.730,13 \times 735,5 = 21.866.513,1W$$

$$P = 21,87MW$$

結論 – ターボ機械と発電

本報告書では、PMTHPPシステムに採用されたタービンの寸法設計および性能分析を通じて、閉サイクルにおけるエネルギー変換の水力効率およびエネルギー効率に焦点を当てました。

フランシス水車は、重力による位置エネルギーを機械的エネルギーへと最適に変換しつつ、下降する流路における圧力を増加させることを目的として、システムの間段階に戦略的に配置されました。この技術的選定は、フランシス水車に内在する入口と出口間の圧力差に加え、システム中間点での水理的安定化という役割にも基づいています。

ペルトン水車は、PMTHPPシステムの主要な発電ユニットとして機能し、水力構造物の基部に水平に設置されています。その軸は左右の発電機に対して対称的に接続されており、動的バランスと負荷分散の最適化を実現しています。

流量、流速、水力出力および効率に関するすべての計算は、実際の運転パラメータに基づいて行われており、流体力学および応用熱力学の原則に則っています。エネルギーバランスの結果、生成されるエネルギーがポンプによって消費されるエネルギーを上回ることが確認されており、システムの自立運転と商業利用に向けた余剰電力の確保が可能であることが示されました。

これらの結果は、本システムの技術的な堅牢性を裏付けるものであり、再生可能エネルギー発電プロジェクトへの応用可能性を確実に証明しています。