# 技術報告書

## フランシス水車およびペルトン水車の水力出力の計算

### １．はじめに

本技術報告書では、根恩株式会社が提案するシステムにおける水車によって発電される電力の推定を裏付けるための水力計算を示します。
このシステムは、フランシス水車とペルトン水車を組み合わせたハイブリッド構成を採用し、水の位置エネルギーを最大限に電力へ変換することを目的としています。
計算は、流体力学および応用水理学の原則に基づいて行われており、落差、高さ、流量、タービン効率、および技術文献で推奨されている性能係数などの実際の技術パラメータを考慮しています。
本報告書の目的は、各水車の水力出力がどのように決定されたかを明確かつ正確に示すことであり、パートナー企業、投資家、ならびにこの持続可能な水力発電システムの開発および実装に関心を持つ機関に対する技術的な検討資料として活用されます。

# ２．システムのデータ

定数および一般パラメータ

総落差（H）：104.5 m

重力加速度（g）：9.81 $m/s^2$

水の密度（ρ）：1000 $kg/m^3$

速度係数（cv）：0.98

システム全体の流量（Q）：34.84 $m^3/s$

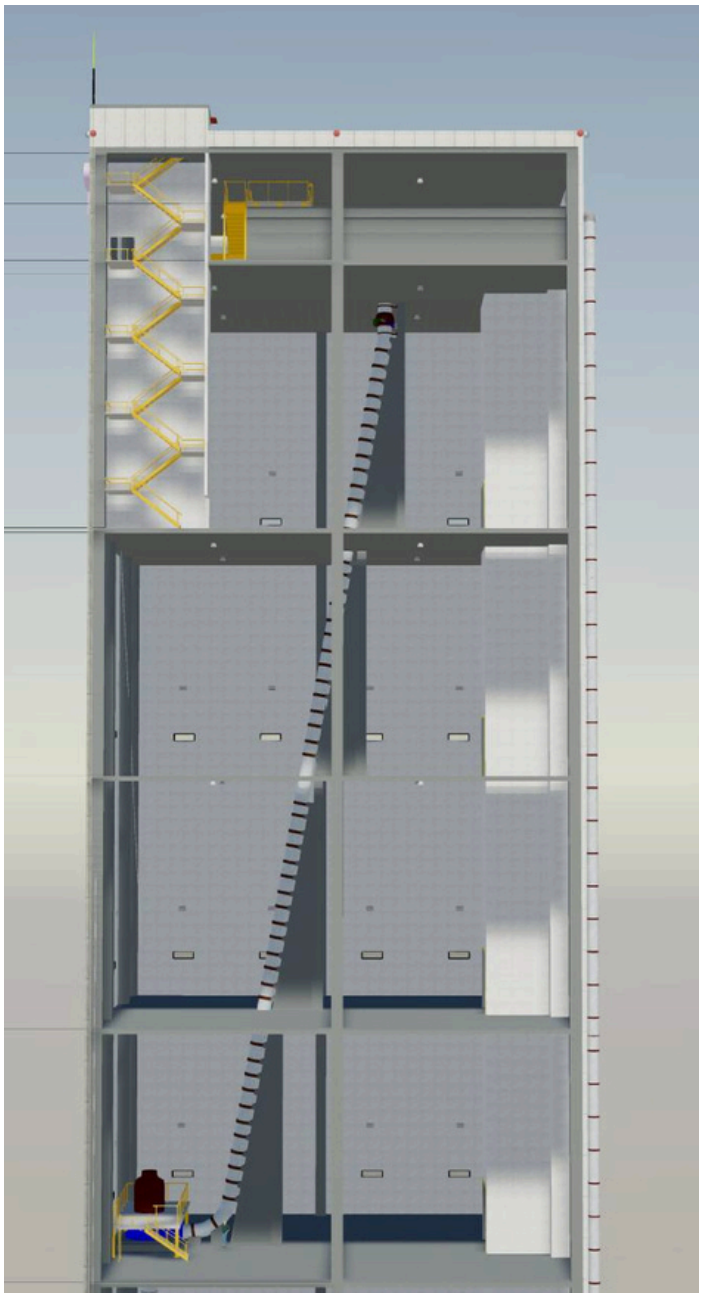
## 2.1. 圧力管路１

管圧水路1は、高所に設置された貯水池からフランシス水車まで水を導くための管路です。内径は2,50m、半径は1,25m、断面積は4,909 $m^2$.

半径（$r_1$）： 1,25m

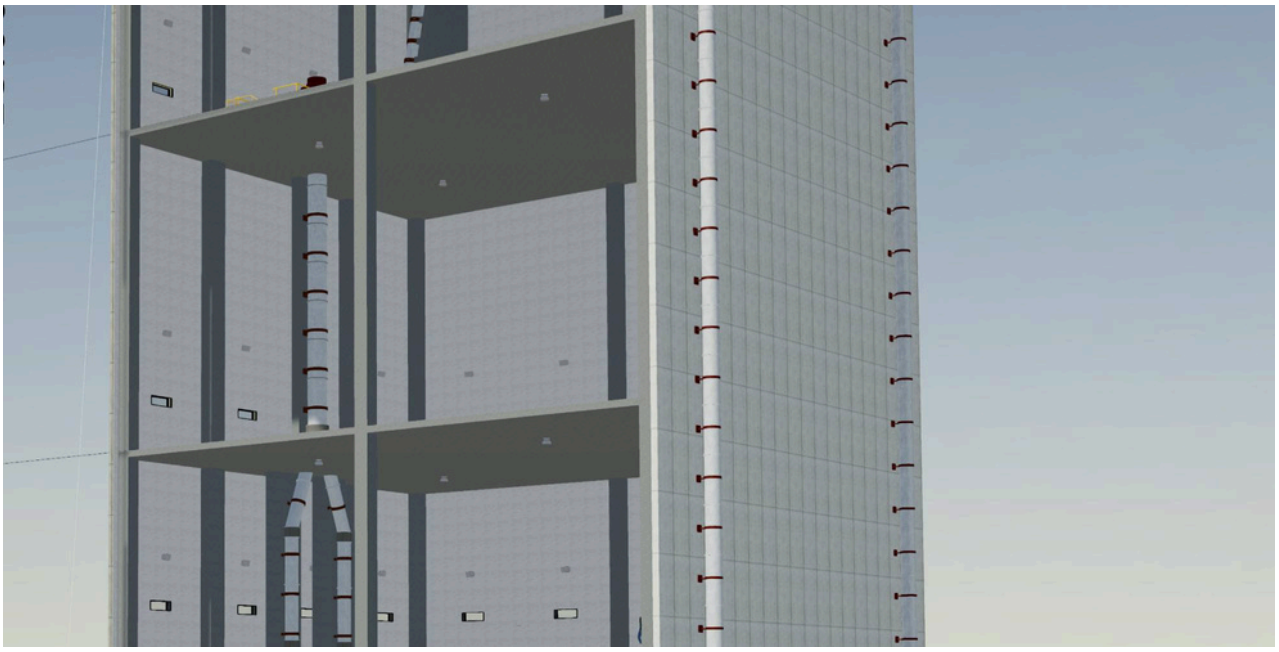
内径（$D_1$）：2,50 m

断面積（$A_1$）：4,909 $m^2$



## 2.2. 圧力管路２–吸出し管（ドラフトチューブ）

管圧水路2（ドラフトチューブとも呼ばれる）は、フランシス水車の出口とペルトン水車に水を供給するノズルをつなぐ区間です。内径は2,70メートル、半径は1,35メートル、断面積は5,726平方メートルです。



内径（$D_2$）： 2,70 m
半径（$r_2$）： 1,35 m
断面積（$A_2$）： 5,726 $m^2$

## 3. フランシス水車

PMTHPPシステムに採用されたフランシス水車は、従来の水力発電所に設置されているものと同様に動作します。利用可能な重力エネルギーを最大限に活用するため、上部貯水池から直接水を受け取り、高さ90メートルの有効落差と34.84 $m^3/s$の総流量で運転されます。
その多用途性と高性能で知られるフランシス水車は、水のエネルギーを最大限に活用することを目的としています。混合流型の水車であり、安定かつ連続的な動作はシステムの運用信頼性に大きく貢献します。
内径2.5メートルの圧力管は、平均流速6〜8 m/sの範囲を確保しており、摩擦損失の最小化、管壁の侵食防止、キャビテーションの回避に最適な条件を実現しています。
位置エネルギーが回転機械エネルギーに変換された後、水は内径2.7メートルの吸出し管を通じて導かれます。この構成により、圧力エネルギーの一部を回収し、出口速度を低減しつつ、システム全体の効率を高水準に維持することが可能となります。
フランシス水車は発電という主要な機能に加え、PMTHPPシステム内での水理的な移行点としての役割も果たします。ペルトン水車に到達する前に流れを安定させることで、次のエネルギー変換段階において最適な水理条件を確保し、その性能を高めます。
このように、フランシス水車とペルトン水車の相乗効果は、PMTHPPプロジェクトの技術的基盤の一つです。統合された構成により、システム全体のエネルギーを2段階で効率的に回収でき、クローズドループ・サイクル全体の効率を高めるとともに、提案の技術的およびエネルギー的な実現可能性を強化します。

## 3.1. 出力計算 – フランシス水車

有効落差 (H): 90 m

流量 (Q): 34.84 m³/s

重力加速度 (g): 9.81 m/s²

$\eta_{global} = \eta_h \times \eta_m \times \eta_g$

$\eta_{global} = 0,90 \times 0,98 \times 0,97 = 0,85$

$P = \rho \times Q \times g \times H \times \eta$

$P = 1000 \times 34,84 \times 9,81 \times 90 \times 0,85$

$P = 26.146.200W$

$P = 26.146,2KW$

## 3.2. フランシス水車の出力（メートル馬力換算）

換算係数：1 馬力（メートル馬力）=735W

$P = \frac{\rho \cdot Q \cdot H \cdot \eta}{75}$

$P = \frac{1000 \times 34,84 \times 90 \times 0,85}{75}$

$P = 35.536,8cv$

$P = 35.536,8 \times 735,5 = 26.137.316,4W$

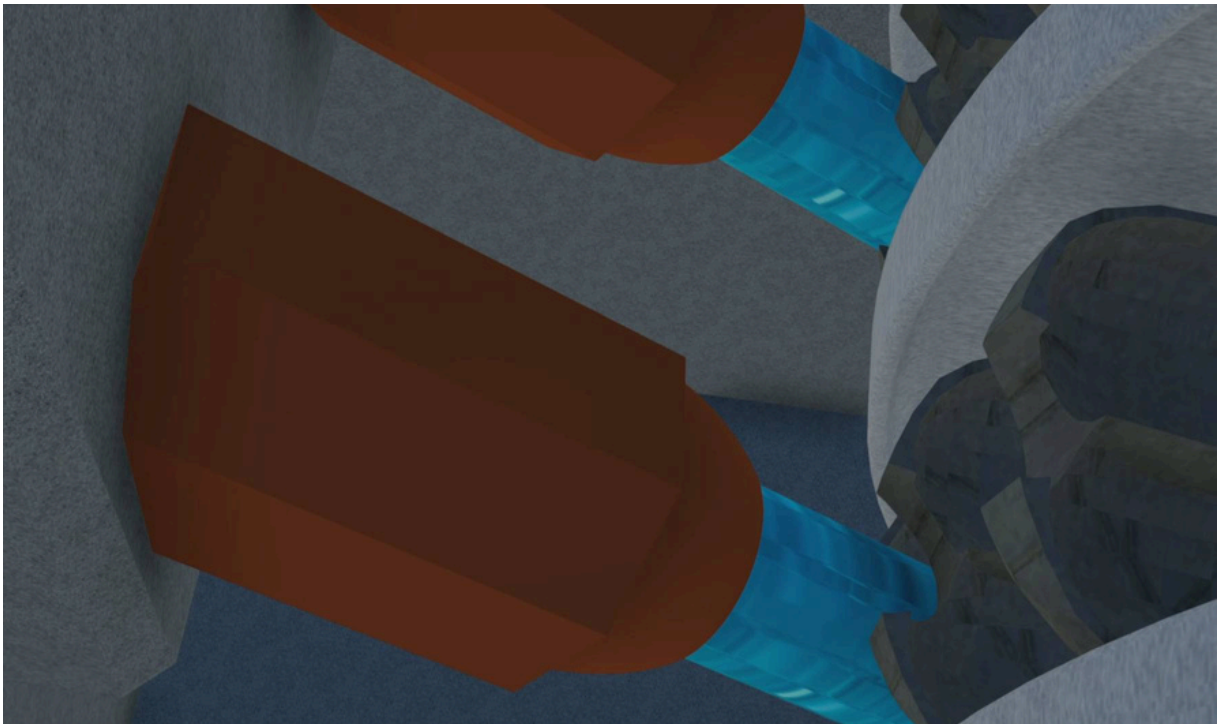
$P = 26.137,3KW$

# 4. ペルトン水車

ペルトン水車は、PMTHPPシステムにおける主要な発電ユニットであり、構造物の最下部に水平に設置され、4基の同期水車で構成されています。
フランシス水車から排出された水は吸出し管に入り、その後、　直径0.50メートル、断面積0.1963平方メートルの対称的な4つのノズルを通じて、ペルトン水車のバケットに向けて正確に高圧ジェットを噴射します。
連続の式（連続の法則）に基づき、この幾何学的構成により、流体は大きな断面から小さな断面へと移動する際に自然な加速が生じます。その結果、システムの物理的制約内で生成された高速度ジェットが、流体の運動エネルギーを効率的に機械エネルギーへと変換します。
ペルトン水車は、左右対称の2つの発電機が水平軸に接続されたダブル構成で動作しており、動的バランスを実現しつつ最大の　発電能力を発揮します。
PMTHPPシステムのクローズドサイクルにおいて、ペルトン水車の役割は、フランシス水車によって開始されたエネルギー変換を完了させ、利用可能な水力エネルギーを余すところなく活用することにあります。
この最終段階は、システム全体の効率性を確立し、プロジェクトの技術的および経済的な実現可能性に大きく貢献します。

## 2.3. ペルトン水車ノズルの寸法

ペルトン水車のノズルは、水の位置エネルギーを高強度の運動エネルギーに変換する上で重要な役割を果たします。各ノズルの直径は0.50mで、半径は0.25m、断面積は約0,1963m²です。システムには4つの対称的なノズルが配置されており、高速の水流を正確に ペルトン水車のバケットに向けて噴射できるよう設計されています。



ノズルの直径： 0.50 m
半径（r）： 0.25 m
各ジェットの断面積（A）： 0,1963m²

## 4.2. 水流速度の計算

落差（H）： 104.5 m

重力加速度（g）： 9.81 m/s²

速度係数（cv）： 0.98

V = 水の速度

$$v = cv\sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$v = 0,98\sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 104,5}$$

$$v = 0,98\sqrt{2049,09}$$

$$v = \cdot 0,98 \cdot 45,28$$

$$v = 44,37 m/s$$

## 4.3.流量の計算

Q ＝ 流量
A ＝ 断面積：0.7854 m²
V ＝ 流速：44.37 m/s

Q = A × V

Q = 0.7854 × 44.37

Q = 34.84 m³/s

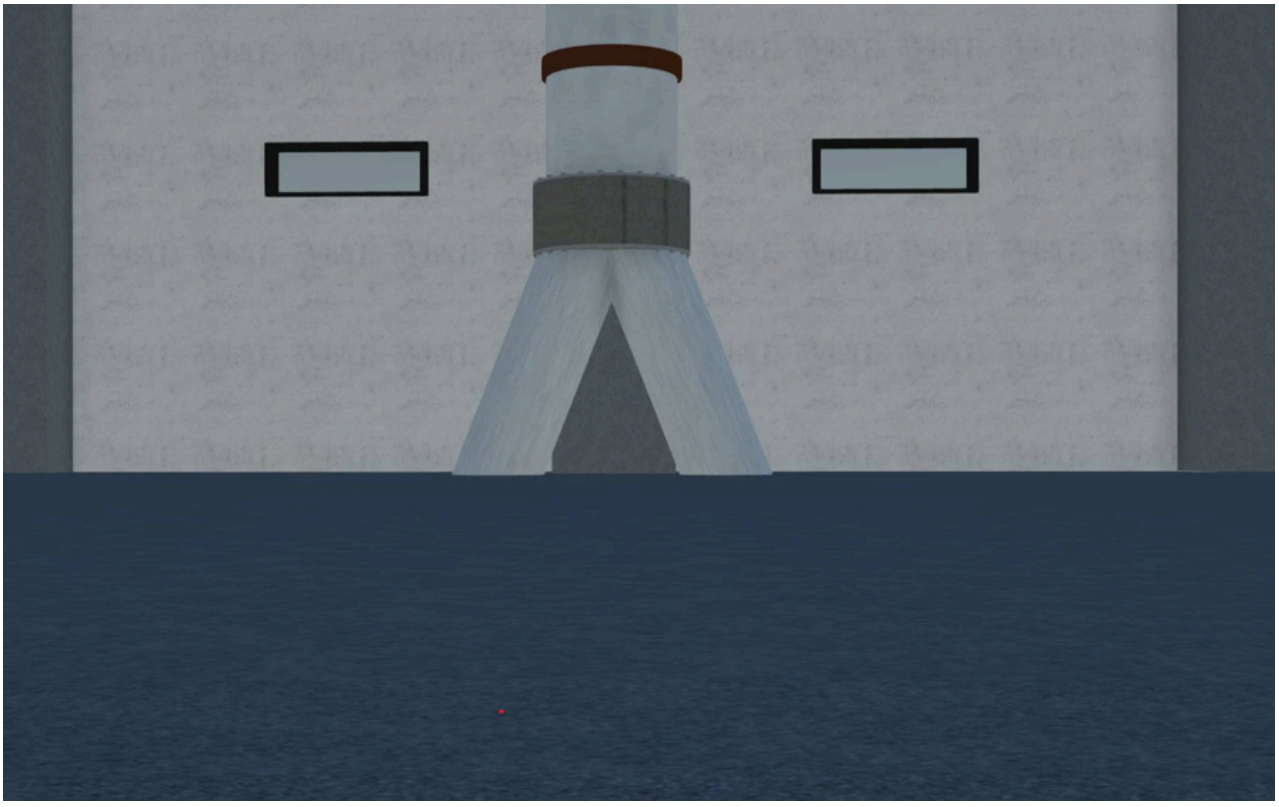
# 4.4.圧力管路の分岐 – 第１段階

フランシス水車を通過した後、水は吸出管（圧力管路2）を通って流れます。この管の初期内径は2,70メートルです。
流量を効率的かつ対称的に分配するために、この主配管は２つの同一な枝管に分岐されます。これが流れの分配プロセスの第一段階を構成します。

初期直径： 2,70m

初期半径： 1,35m

初期断面積： 5,726m²



## 4.5.第一分岐：２つの配管に分岐

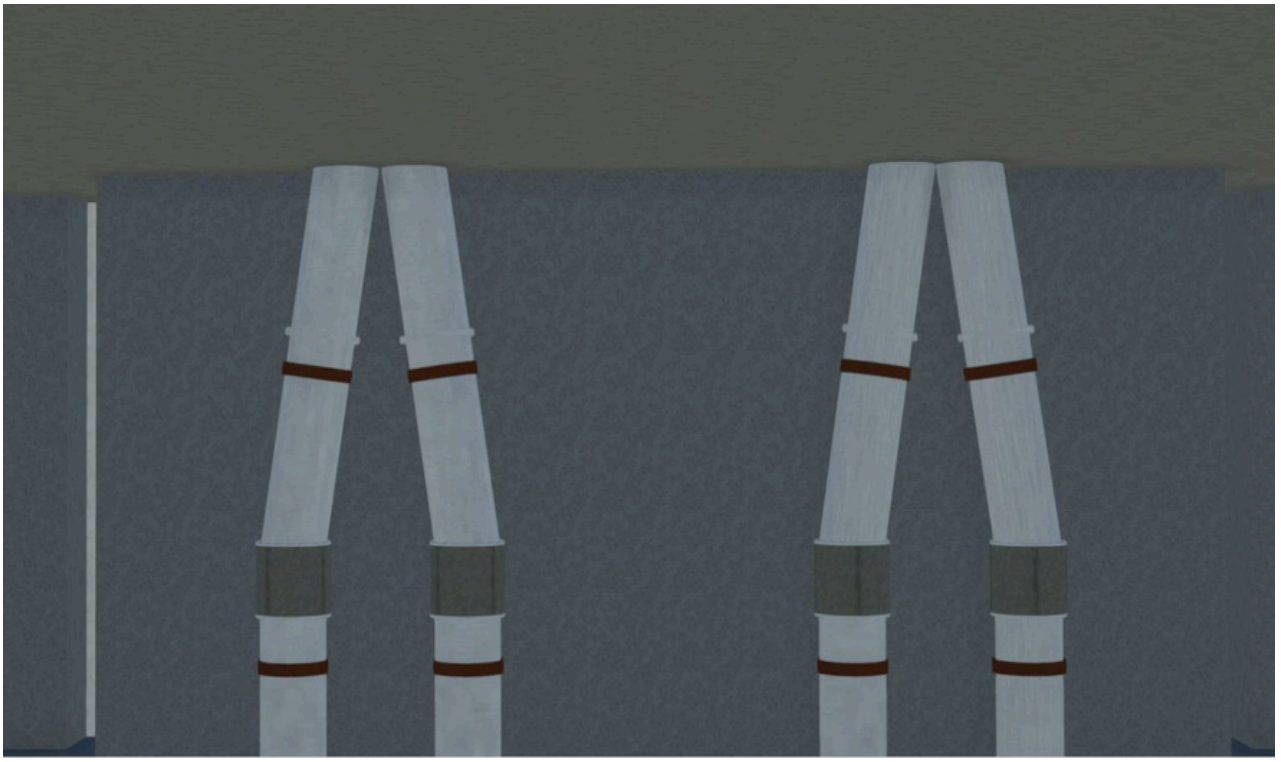
$$A_1 = \frac{A_2}{2} = \frac{5,726}{2} = 2,863m^2$$
$$r_1 = \sqrt{\frac{A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{2,863}{3,14}} = \sqrt{0,91} = 0,954m$$
$$D_1 = 2 \times r_1 = 2 \times 0,954 = 1,90m$$

$$A_1 = 2,863m^2$$
$$r_1 = 0,954m$$
$$D_1 = 1,90m$$

## 4.6.分岐の第２段階

第２段階の分岐では、先ほどの２つの枝管のそれぞれがさらに２つに分岐し、最終的に４本の枝管となります。
この構成は、ペルトン水車に接続される４つのノズルへ流量を均等に供給するために採用されており、エネルギーの利用効率を最適化するとともに、水力システム全体の安定性を保つために重要です。

$$A_1 = 2,863m^2$$
$$r_1 = 0,954m$$
$$D_1 = 1,90m$$



## 4.7. 第二分岐： ４本の枝管

$$A_2 = \frac{A_1}{2} = \frac{2,863}{2} = 1,431m^2$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{1,431}{3,14}} = \sqrt{0,445} = 0,675m$$

$$D_2 = 2 \times r_2 = 2 \times 0,675 = 1,35m$$

$$A_2 = 1,432m^2$$

$$r_2 = 0,675m$$

$$D_2 = 1,35m$$

# 4.8．ペルトン水車の噴流速度の計算

圧力管路が４つの対称的な枝管に分岐した後、それぞれの枝管は直接ノズルに接続され、水流の噴射を担います。これらのノズルは、供給する枝管と比較してはるかに小さい断面積を有しています。
ベルヌーイの定理に基づく連続の式の原理に従い、非圧縮性の流体が大きな断面積から小さな断面積へ流れる際、その流速は比例的に増加します。これにより流量は一定に保たれます。
この速度の増加はシステム効率にとって不可欠であり、高圧の４つの水流が生成され、ペルトン水車のバケットに対して効果的に運動エネルギーを伝達します。こうしてエネルギーが直接変換されることで、タービン・発電機ユニットの高い効率に大きく貢献します。

## 計算パラメータ

噴流の半径 : r = 0.25m
噴流の直径 : D = 0.50 m
断面積 : A = 0,1963 m²
システム全体の流量 : Q = 34.84 m³/s
ノズル数 : ４本

$$Q_j = \frac{Q_t}{4} = \frac{34,84}{4} = 8,71 m^3/s$$

$$V_j = \frac{Q_j}{A_j} = \frac{8,71}{0,1963} = 44,37 m/s$$

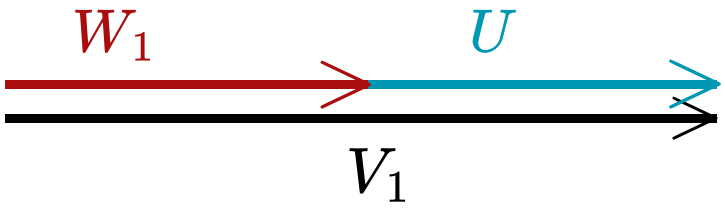
$$V_j = 44,37 m/s$$

## 4.9.ペルトン水車の速度ベクトル図

ペルトン水車の効率が最大に達するのは、ランナーの接線速度（U）と水ジェットの絶対速度（$V_1$）の比率が理想的な値になるときです。理論上、$\frac{U}{V_1}$の条件は　　$\frac{1}{2}$　　のときに成立し、つまり接線速度がジェット速度のちょうど 半分である場合です。この比率により、流体の運動エネルギーが最大限にタービンへと伝達されます。

実際には、摩擦や乱流といった機械的損失および副次的な要因により、最大効率は若干低い比率、0.45〜0.48 の範囲で発生します。本プロジェクトでは 0.46 を採用しました。

## 4.10.入口における速度ベクトル図

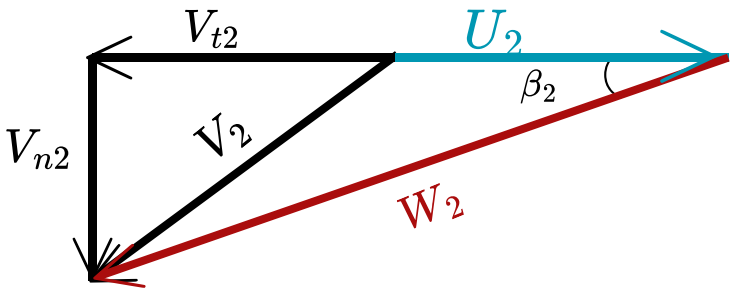



$$U = U_1 = U_2$$

$$U = V_1 \times 0,46$$

$$W_1 = V_1 - U$$

## 4.11.出口における速度ベクトル図




$$\beta_2 = 15^0$$

$$V_{t2} = -(W_2 \times Cos\beta_2 - U_2)$$

$$W_2 = W_1 \times K$$

$$0 < K < 1$$

# 4.12. 出力計算 – ペルトン水車

Dixon, S. L., & Hall, C. A.
Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery

$\rho = 1000 kg/m^3$

$Q = 34,84 m^3/s$

絶対速度 : $V_1 = 44,37 m/s$

$U = U_1 = V_1 \times 0,46 = 44,37 \times 0,46 = 20,41 m/s$

接線速度: $U = 20,41 m/s$

$W_1 = V_1 - U = 44,37 - 20,41 = 23,96 m/s$

入口における相対速度: $W_1 = 23,96 m/m$

出口における相対速度: $W_2 = W_1 = 23,96 m/s$

$Cos\beta_2 = 15^0 = Cos15^0 = 0,965$

$\eta_{global} = \eta_h \times \eta_m \times \eta_g$

$\eta_{global} = 0,93 \times 0,98 \times 0,97 = 0,88$

$P = \rho \times Q\,(V_1 - U) \times U \times (1 + Cos\beta_2)$

$P = 1000 \times 34,84\,(44,37 - 20,41) \times 20,41 \times (1 + 0,965) \times \eta$

$P = 33.464.876 W \times 0,88$

$P = 29.449.091 W$

$P = 29,449 KW$

## 4.13. トルクに基づく出力の計算

ペルトン水車の軸で発生する機械的出力は、伝達されるトルクと角速度を掛け合わせることで求めることができます。

## 4.14. 水車に作用する力の計算

$$\rho = 1000 kg/m^3$$
$$Q = 34,84 m^3/s$$
$$V_1 = 44,37 m/s$$
$$U = 20,41 m/s$$
$$\beta_2 = 15^0$$
$$Cos\beta_2 = 0,9659$$

$$F = \rho \times Q \times (V_1 - U) \times (1 + Cos\beta_2)$$
$$F = 1000 \times 34,84 \times (44,37 - 20,41) \times (1 + 0,9659)$$
$$F = 1.641.067 N$$

## 4.15. トルクの計算

$$D = 4,6 m$$
$$r = 2,3 m$$

$$T = F \times r$$
$$T = 1.641.067 \times 2,3$$
$$T = 3.744.454 N/m$$

## 4.16. 機械的出力の計算

水車軸の出力部における有効な機械的出力は、水力エネルギーが回転エネルギーへと変換された結果です。この出力は発電機へ伝達される利用可能なエネルギーを示し、トルクと角速度によって算出されます。

$U = 20,41 m/s$

$D = 4,6 m$

$$U = \frac{\pi \times D \times N}{60}$$

$$N = \frac{U \times 60}{\pi \times D}$$

$$N = \frac{20,41 \times 60}{3,14 \times 4,60}$$

$$N = 84,75 RPM$$

$$\omega = \frac{2\pi \times N}{60}$$

$$\omega = \frac{2\pi \times 84,75}{60}$$

$$\omega = 8,87 rad/s$$

$$P = T \times \omega$$

$$P = 3.744.454 \times 8,87$$

$$P = 33.213.307 W \times 0,88$$

$$P = 29.227,7 KW$$

## 5. 合計出力 – エネルギー変換の最終結果

PMTHPPシステムは、クローズドループ内で利用可能な水力エネルギーを段階的かつ効率的に活用するよう設計されています。2基の水車が異なる段階で運転する構成により、水の位置エネルギーおよび運動エネルギーを最大限に活用し、システム全体の効率を高めています。
フランシス水車は、高さ90メートルの落差と34.84 m³/sの流量で運転し、次の有効出力を発生させます：

$$P_{Francis} = 26.146,2KW$$

ペルトン水車は、システム最下部に設置されており、次の有効出力を補完します：

$$P_{Pelton} = 29.449KW$$

両水車の実効効率を考慮したうえで、PMTHPPシステム全体として得られる総有効出力は次のとおりです：

$$P_{Total} = 55.595,2KW$$

この出力は、すべての機械的・水理的・熱的損失を差し引いた後に実際に利用可能なエネルギーを示します。発生した有効出力は、再循環用ポンプの消費エネルギーを上回り、測定可能なエネルギー余剰を生み出します。これは、システムの自立運転と商業的な実現可能性において極めて重要な要素です。

# 結論 – ターボ機械と発電

本報告書では、PMTHPPシステムに採用されたタービンの寸法 設計および性能分析を通じて、閉サイクルにおけるエネルギー　変換の水力効率およびエネルギー効率に焦点を当てました。
フランシス水車は、PMTHPPシステムの上部段階に戦略的に配置され、水の重力位置エネルギーを効率的かつ安全に機械エネルギーへと変換します。90メートルの落差と高流量で運転し、従来型水力発電所の原理に基づいて高い効率を実現しています。
発電機能に加え、フランシス水車はペルトン水車に入る前の流れを安定させ、プロセス第2段階における理想的な水理条件を確保します。
ペルトン水車は、PMTHPPシステムの主要な発電ユニットとして機能し、水力構造物の基部に水平に設置されています。その軸は左右の発電機に対して対称的に接続されており、動的バランスと負荷分散の最適化を実現しています。
流量、流速、水力出力および効率に関するすべての計算は、実際の運転パラメータに基づいて行われており、流体力学および応用　熱力学の原則に則っています。エネルギーバランスの結果、生成　されるエネルギーがポンプによって消費されるエネルギーを　　上回ることが確認されており、システムの自立運転と商業利用に向けた余剰電力の確保が可能であることが示されました。
これらの結果は、本システムの技術的な堅牢性を裏付けるものであり、再生可能エネルギー発電プロジェクトへの応用可能性を　確実に証明しています。

© 2025 根恩株式会社.All rights reserved.